



Α' ΤΑΞΗ ΓΕΝ.ΛΥΚΕΙΟΥ

ΑΛΓΕΒΡΑ

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Αν $\theta > 0$ να αποδείξετε ότι $|x| < \theta \Leftrightarrow -\theta < x < \theta$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

B. Σε καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων δίνονται τα σημεία $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$. Να γράψετε τον τύπο, με τον οποίο υπολογίζεται η απόσταση AB.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη ΣΩΣΤΟ αν η πρόταση είναι σωστή, ή ΛΑΘΟΣ, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, τότε ισχύει: $|\alpha - \beta| = |\beta - \alpha|$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 2

β) Αν $\alpha \cdot \gamma < 0$, τότε το τριώνυμο $\alpha x^2 + \beta x + \gamma$ παίρνει τη μορφή $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = \alpha (x - x_1)(x - x_2)$, όπου x_1, x_2 οι ρίζες του τριωνύμου.

ΜΟΝΑΔΕΣ 2

γ) Ισχύει πάντοτε $\sqrt[n]{a^n} = a$, όπου n θετικός ακέραιος και $a \in \mathbb{R}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 2

δ) Αν $\alpha \cdot \beta > 0$, τότε πάντοτε ισχύει: $\sqrt{\alpha\beta} = \sqrt{\alpha}\sqrt{\beta}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 2

ε) Αν $x > 0$, τότε $\frac{\sqrt{x^2}}{x} = 1$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 2

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνονται οι ευθείες ε_1 και ε_2 με εξισώσεις

$$\varepsilon_1: y = (\lambda - 2)x + 1, \quad \varepsilon_2: y = \frac{2 - \lambda}{4}x - 1$$

α) Να βρείτε την τιμή του πραγματικού αριθμού λ ώστε οι ευθείες ε_1 και ε_2 να είναι παράλληλες.

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

β) Να βρείτε τις τιμές των πραγματικών αριθμών λ ώστε οι ευθείες ε_1 και ε_2 να είναι κάθετες μεταξύ τους.

ΜΟΝΑΔΕΣ 15

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = x^4 - \alpha x^2 + 2$, $x \in \mathbb{R}$, όπου

$$\alpha = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} + \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}.$$

α) Να αποδείξετε ότι $\alpha = 6$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

β) Να υπολογίσετε την τιμή $f(1)$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 2

γ) Να λύσετε την εξίσωση: $f(x) = f(1)$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

δ) Να λύσετε την ανίσωση: $f(x) - f(1) \leq 0$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται η εξίσωση $D \cdot \omega^2 - (D_x - D_y) \cdot \omega + 2D_x + D_y = 0$ (1), όπου D , D_x , D_y πραγματικοί αριθμοί ίσοι με τις ορίζουσες ενός συστήματος (Σ) δύο γραμμικών εξισώσεων με δύο αγνώστους.

A. Έστω ότι η εξίσωση (1) είναι δευτέρου βαθμού ως προς ω

α) Να αποδείξετε ότι το γραμμικό σύστημα (Σ) έχει μοναδική λύση.

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

β) Αν για το άθροισμα S και το γινόμενο P των ριζών της (1) ισχύει $S = -1$ και $P = -2$, τότε:

i) Να δείξετε ότι $\frac{D_x - D_y}{D} = -1$ και $\frac{2D_x + D_y}{D} = -2$

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

ii) Να βρείτε τη μοναδική λύση του γραμμικού συστήματος (Σ).

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

B. Αν $D = 0$ και η (1) είναι αδύνατη, τότε να δείξετε ότι και το γραμμικό σύστημα (Σ) είναι αδύνατο.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!