

ΤΑΞΗ: Γ΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ  
ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ

Ημερομηνία: Τρίτη 5 Ιανουαρίου 2016

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

**ΘΕΜΑ Α**

- A1. → γ  
A2. → δ  
A3. → β  
A4. → β

- A5. α – ΛΑΘΟΣ  
β – ΣΩΣΤΟ  
γ – ΛΑΘΟΣ  
δ – ΣΩΣΤΟ  
ε – ΛΑΘΟΣ

**ΘΕΜΑ Β**

B1. Σωστή απάντηση η (β)

Η ιδιοσυχνότητα καθενός από τα τρία συστήματα μάζας – ελατηρίου είναι:

$$f_{0(I)} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$f_{0(II)} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4k}{m}} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$f_{0(III)} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2k}{4m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{2m}}$$

Παρατηρούμε ότι η ιδιοσυχνότητα του συστήματος (II) είναι ίση με τη συχνότητα του διεγέρτη. Συνεπώς το σύστημα (II) θα βρεθεί σε κατάσταση συντονισμού, με αποτέλεσμα να ταλαντώνεται με το μέγιστο δυνατό πλάτος.

**B2. Σωστή απάντηση η (β)**

Όταν ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις που γίνονται στην ίδια διεύθυνση, γύρω από το ίδιο σημείο ισορροπίας με ίδιο πλάτος και παραπλήσιες συχνότητες  $f_1, f_2$  προκύπτει μια ιδιόμορφη ταλάντωση με σταθερή περίοδο και μεταβλητό πλάτος ή αλλιώς λέμε πως η κίνηση παρουσιάζει διακροτήματα.

Ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους είναι η περίοδος του διακροτήματος που υπολογίζεται από τη σχέση:

$$T_\delta = \frac{1}{|f_1 - f_2|} \text{ ενώ για την συχνότητα της ταλάντωσης του σώματος θα ισχύει: } \frac{\omega_T}{2} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \text{ ή } 2\pi f_T = \frac{2\pi f_1 + 2\pi f_2}{2} \text{ ή } f_T = \frac{f_1 + f_2}{2} \text{ και επομένως}$$

$$T_T = \frac{2}{f_1 + f_2}.$$

Το πλήθος των ταλαντώσεων που εκτελεί το σώμα στη διάρκεια της περιόδου του διακροτήματος είναι:

$$N = \frac{T_\delta}{T_T} = \frac{\frac{1}{|f_1 - f_2|}}{\frac{2}{f_1 + f_2}} = \frac{f_1 + f_2}{2|f_1 - f_2|} \quad (1)$$

Όταν διπλασιάζουμε τις συχνότητες έχουμε  $f'_1 = 2f_1$  και  $f'_2 = 2f_2$ , οπότε για την νέα ιδιόμορφη ταλάντωση θα ισχύουν:

$$T'_\delta = \frac{1}{|f'_1 - f'_2|} = \frac{1}{|2f_1 - 2f_2|} = \frac{1}{2|f_1 - f_2|} \text{ και}$$

$$T'_T = \frac{2}{f'_1 + f'_2} = \frac{2}{2f_1 + 2f_2} = \frac{2}{2(f_1 + f_2)} = \frac{1}{f_1 + f_2}$$

οπότε το πλήθος των ταλαντώσεων που εκτελεί το σώμα στη διάρκεια της νέας περιόδου διακροτήματος θα ισχύει:

$$N' = \frac{T'_\delta}{T'_T} = \frac{\frac{1}{2|f_1 - f_2|}}{\frac{1}{f_1 + f_2}} = \frac{f_1 + f_2}{2|f_1 - f_2|} \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι  $\frac{N}{N'} = 1$

**B3. Σωστή απάντηση η (α)**

Αν  $v_\delta$  η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων, η χρονική καθυστέρηση είναι:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{d_2}{v_\delta} - \frac{d_1}{v_\delta} = \frac{d_2 - d_1}{v_\delta} \quad \text{ή} \quad v_\delta \cdot \Delta t = d_2 - d_1 \quad \text{ή} \quad d_2 = d_1 + v_\delta \cdot \Delta t \quad \text{ή}$$

$$d_2 = 2 \cdot \lambda + \frac{\lambda}{T} \cdot 3,25 \cdot T \quad \text{ή} \quad d_2 = 5,25 \cdot \lambda$$

Η εξίσωση του πλάτους της ταλάντωσης του σημείου M μετά τη συμβολή είναι:

$$|A'_M| = \left| 2A \cdot \text{συν} \left[ \frac{\pi}{\lambda} \cdot (d_1 - d_2) \right] \right| \quad \text{ή}$$

$$|A'_M| = 2A \cdot \left| \text{συν} \left[ \frac{\pi}{\lambda} \cdot (2 \cdot \lambda - 5,25 \cdot \lambda) \right] \right|$$

$$|A'_M| = 2A \cdot \left| \text{συν} \left[ \frac{\pi}{\lambda} \cdot (-3,25 \cdot \lambda) \right] \right| \quad \text{ή} \quad |A'_M| = 2A \cdot \left| \text{συν}(-3,25 \cdot \pi) \right|$$

$$|A'_M| = 2A \cdot \left| \text{συν} \left( 3\pi + \frac{\pi}{4} \right) \right| \quad \text{ή} \quad |A'_M| = 2A \cdot \left| \text{συν} \frac{\pi}{4} \right| \quad \text{ή}$$

$$|A'_M| = 2A \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{ή} \quad |A'_M| = A \cdot \sqrt{2}$$

$$\text{Επομένως } v_{M(\max)} = \omega \cdot |A'_M| \quad \text{ή} \quad v_{M(\max)} = \omega \cdot A \cdot \sqrt{2}$$

**ΘΕΜΑ Γ**

**Γ1.** Από την εξίσωση  $y_M = 0,3 \eta \mu 2\pi(\alpha t - \beta)$  (S.I.) προκύπτει:  $A = 0,3\text{m}$

Όταν στο μέσο διαδίδονται και τα δυο κύματα, δημιουργείται στάσιμο κύμα. Από την εξίσωση  $v_M = 1,2\pi \cdot \text{συν} 4\pi t$  (S.I.), προκύπτει  $\omega = 4\pi \text{ rad/s}$ .

Η συχνότητα ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου είναι ίδια, είτε διαδίδεται το ένα, είτε και τα δυο κύματα, οπότε:

$$\omega = 2\pi f \quad \text{ή} \quad f = \frac{\omega}{2\pi} \quad \text{ή} \quad f = \frac{4\pi}{2\pi} \quad \text{ή} \quad \underline{f = 2\text{Hz}}$$

$$\text{Ισχύει επίσης: } v_\delta = \lambda f \quad \text{ή} \quad \lambda = \frac{v_\delta}{f} \quad \text{ή} \quad \lambda = \frac{1,2}{2} \quad \text{ή} \quad \underline{\lambda = 0,6\text{m}}$$

όπου  $v_\delta$  η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων.

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2016**  
Α' ΦΑΣΗ

**E\_3.Φλ3Θ(α)**

Επομένως οι εξισώσεις των δυο τρεχόντων κυμάτων είναι:

$$y_1 = 0,3\eta\mu 2\pi \left( 2t - \frac{x}{0,6} \right) \quad \text{ή} \quad y_1 = 0,3\eta\mu 2\pi \left( 2t - \frac{5x}{3} \right) \text{(S.I.)}$$

$$y_2 = 0,3\eta\mu 2\pi \left( 2t + \frac{x}{0,6} \right) \quad \text{ή} \quad y_2 = 0,3\eta\mu 2\pi \left( 2t + \frac{5x}{3} \right) \text{(S.I.)}$$

Η εξίσωση ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου κατά την ταυτόχρονη διάδοση και των δυο κυμάτων, ή αλλιώς η εξίσωση του στάσιμου κύματος θα είναι:

$$y = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi x}{\lambda} \cdot \eta\mu \frac{2\pi t}{T} \quad \text{ή} \quad y = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi x}{\lambda} \cdot \eta\mu \omega t \quad \text{ή}$$

$$y = 0,6 \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi x}{0,6} \cdot \eta\mu 4\pi t$$

$$y = 0,6 \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{10\pi x}{3} \cdot \eta\mu 4\pi t \text{(S.I.)}$$

**Γ2.** Όταν στο ελαστικό μέσο αποκατασταθεί στάσιμο κύμα, η εξίσωση ταλάντωσης κάθε σημείου έχει τη μορφή:

$$y = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi x}{\lambda} \cdot \eta\mu \frac{2\pi t}{T} \quad \text{ή} \quad \text{οποία,} \quad \text{θέτοντας } A' = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi x}{\lambda},$$

$$\text{γράφεται: } y = A' \cdot \eta\mu \frac{2\pi t}{T}$$

$$\text{αν } A' > 0: \quad y = |A'| \cdot \eta\mu \frac{2\pi t}{T}$$

$$\text{αν } A' < 0: \quad y = -|A'| \cdot \eta\mu \frac{2\pi t}{T} \quad \text{ή} \quad y = |A'| \cdot \eta\mu \left( \frac{2\pi t}{T} + \pi \right)$$

Η ταχύτητα ταλάντωσης του κάθε σημείου θα περιγράφεται από την εξίσωση:

$$v = \omega |A'| \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi t}{T} \quad \text{όταν } A' > 0, \quad \text{ή}$$

$$v = \omega |A'| \cdot \sigma\upsilon\nu \left( \frac{2\pi t}{T} + \pi \right) \quad \text{όταν } A' < 0$$

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2016  
Α' ΦΑΣΗ

E\_3.Φλ3Θ(α)

Συγκρίνοντας την εξίσωση  $u_M = 1,2\pi \cdot \text{συν}4\pi t$  (S.I.) που μας δόθηκε, με τις παραπάνω προκύπτει πως:

- $A'_M > 0$  &
- $\omega A'_M = 1,2\pi$  ή  $4\pi A'_M = 1,2\pi$  ή  $A'_M = 0,3\text{m}$  (δηλ.  $A'_M = A$ )

Όμως:

$$A'_M = 2A \cdot \text{συν} \frac{2\pi x_M}{\lambda} \quad \text{ή} \quad A = 2A \cdot \text{συν} \frac{2\pi x_M}{\lambda} \quad \text{ή} \quad \text{συν} \frac{2\pi x_M}{\lambda} = \frac{1}{2} \quad \text{ή}$$

$$\text{συν} \frac{2\pi x_M}{\lambda} = \text{συν} \frac{\pi}{3}$$

οπότε:  $\frac{2\pi x_M}{\lambda} = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$  ή  $x_M = k\lambda \pm \frac{\lambda}{6}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) (1)

Γνωρίζουμε επίσης πως:

- $x_M > 0$  (αφού βρίσκεται στον θετικό ημιάξονα),
- μεταξύ της αρχής του άξονα O (που θα είναι κοιλία) και του M υπάρχουν **δύο δεσμοί και μια κοιλία**. Δεδομένου πως η απόσταση κοιλίας δεσμού είναι  $\lambda/4$  και η απόσταση μεταξύ δυο διαδοχικών δεσμών είναι  $\lambda/2$ , θα πρέπει:

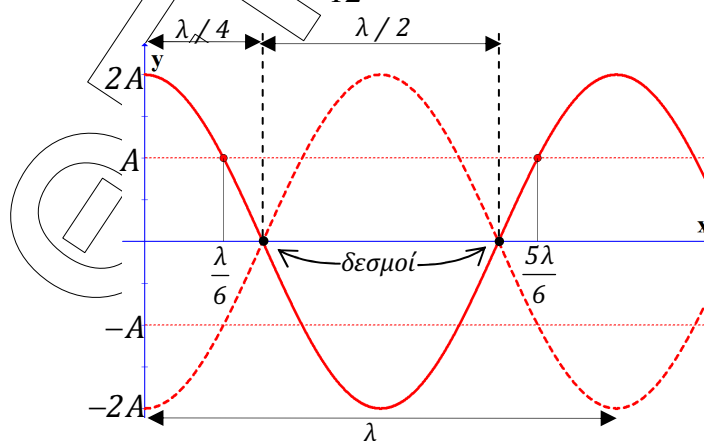
$$x_M > \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{2} \quad \text{ή} \quad x_M > \frac{3\lambda}{4} \quad \text{ή} \quad x_M > \frac{9\lambda}{12}$$

και

$$x_M < \lambda \quad (\text{αφού στη θέση } x=\lambda \text{ έχουμε τη 2}^{\text{η}} \text{ κοιλία μεταξύ O και M}).$$

Επομένως πρέπει:

$$\frac{9\lambda}{12} < x_M < \lambda$$



ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2016  
 Α' ΦΑΣΗ

E\_3.Φλ3Θ(α)

Θέτοντας στην εξίσωση (1)  $k=0$ , παίρνουμε:

$$x_M = -\frac{\lambda}{6} \text{ (απορ.)} \quad \text{ή} \quad x_M = \frac{\lambda}{6} = \frac{2\lambda}{12} \text{ (απορ. αφού είναι } < \frac{3\lambda}{4} = \frac{9\lambda}{12} \text{)}$$

Θέτοντας στην εξίσωση (1)  $k=1$ , παίρνουμε:

$$x_M = \lambda + \frac{\lambda}{6} \text{ (απορ.)} \quad \text{ή} \quad x_M = \frac{5\lambda}{6} \text{ (= } \frac{10\lambda}{12} \text{, δεκτή)}$$

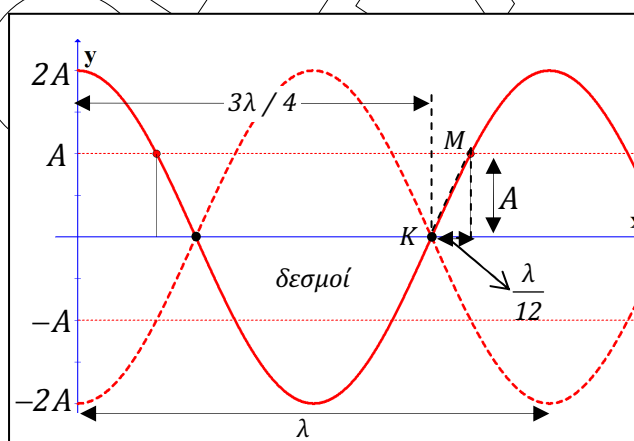
$$\text{Άρα: } x_M = \frac{5 \cdot 0,6}{6} \Rightarrow x_M = 0,5 \text{ m}$$

Γ3. Ο πλησιέστερος στο M δεσμός είναι αυτός που βρίσκεται στη θέση  $x=3\lambda/4$ . Τον ονομάζουμε K.

Το M βρίσκεται στην ελάχιστη απόστασή του από τον δεσμό K, τη στιγμή που και όλα τα σημεία διέρχονται από τη θέση ισορροπίας. Συνεπώς η ελάχιστη απόσταση είναι:

$$(KM)_{\min} = x_M - x_K = \frac{5\lambda}{6} - \frac{3\lambda}{4} = \frac{10\lambda}{12} - \frac{9\lambda}{12} \quad \text{ή} \quad (KM)_{\min} = \frac{\lambda}{12} = \frac{0,6}{12} \quad \text{ή}$$

$$(KM)_{\min} = 0,05 \text{ m}$$



Με βάση το παραπάνω σχήμα προκύπτει:

$$(KM)_{\max} = \sqrt{A^2 + \left(\frac{\lambda}{12}\right)^2} \quad \text{ή}$$

$$(KM)_{\max} = \sqrt{0,3^2 + 0,05^2} = \sqrt{(30 \cdot 10^{-2})^2 + (5 \cdot 10^{-2})^2} \quad \text{ή}$$

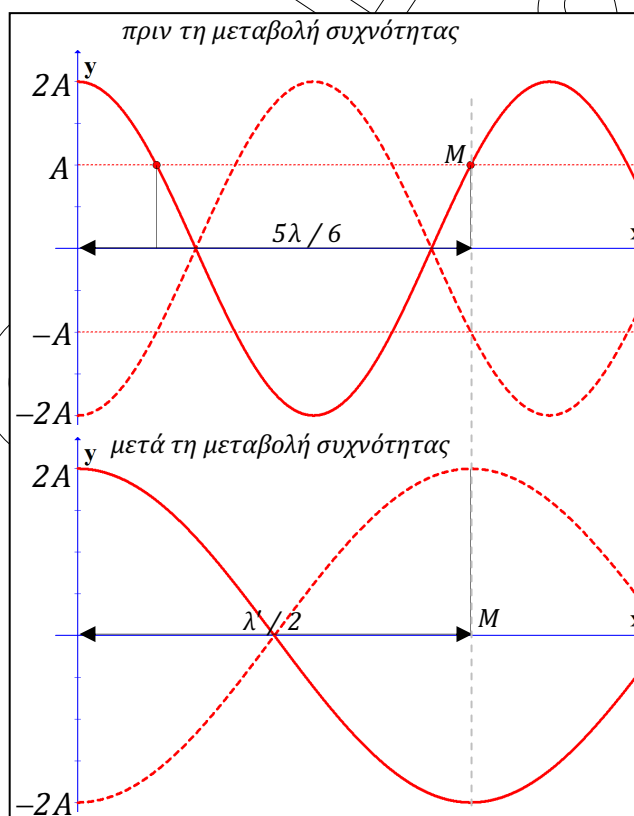
$$(KM)_{\max} = \sqrt{925 \cdot 10^{-4}} = 30,4 \cdot 10^{-2} \quad \text{ή} \quad (KM)_{\max} = 0,304 \text{ m}$$

Γ4. Όταν η συχνότητα των κυμάτων μεταβληθεί, το Μ θα είναι η 1<sup>η</sup> κοιλία στον θετικό ημιάξονα Οx, μετά την κοιλία στο σημείο Ο. Με τη μεταβολή της συχνότητας δεν μεταβάλλεται η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων, που εξαρτάται μόνο από το μέσο διάδοσης. Συνεπώς (βλέπε σχήμα παρακάτω) ισχύει:

$$\frac{5 \cdot \lambda}{6} = \frac{\lambda'}{2} \quad \text{ή} \quad \frac{5 v_{\kappa}}{6 f} = \frac{1 v_{\kappa}}{2 f'} \quad \text{ή} \quad f' = \frac{3}{5} f \quad \text{ή} \quad f' = 0,6f$$

Συνεπώς το ποσοστό μεταβολής της συχνότητας είναι:

$$\Pi_f = \frac{f' - f}{f} 100\% \quad \text{ή} \quad \Pi_f = \frac{0,6f - f}{f} 100\% \quad \text{ή} \quad \Pi_f = -40\%$$



Ο ζητούμενος λόγος θα είναι:

$$\frac{E_M}{E'_M} = \frac{\frac{1}{2} m \omega^2 A_M^2}{\frac{1}{2} m \omega'^2 A_M'^2} \quad \text{ή} \quad \frac{E_M}{E'_M} = \frac{4\pi^2 f^2 A_M^2}{4\pi^2 f'^2 A_M'^2} \quad \text{ή} \quad \frac{E_M}{E'_M} = \left(\frac{f}{f'}\right)^2 \left(\frac{A_M}{A_M'}\right)^2 \quad \text{ή}$$

$$\frac{E_M}{E'_M} = \left(\frac{f}{0,6f}\right)^2 \left(\frac{A}{2A}\right)^2 \quad \text{ή}$$

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2016**  
Α΄ ΦΑΣΗ

**E\_3.Φλ3Θ(α)**

$$\frac{E_M}{E'_M} = \frac{1}{0,36 \cdot 4} \quad \text{ή} \quad \frac{E_M}{E'_M} = \frac{100}{36 \cdot 4} \quad \text{ή}$$

$$\boxed{\frac{E_M}{E'_M} = \frac{25}{36}}$$

**ΘΕΜΑ Δ**

**Δ1.** Στη διάρκεια της ταλάντωσης το σώμα διέρχεται από τη Θ.Ι. κάθε μισή περίοδο άρα με βάση τα δεδομένα, θα είναι  $\frac{T}{2} = 0,25s$  ή  $T = 0,5s$ .

Η κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης θα είναι:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,5} \quad \text{ή} \quad \omega = 4\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Η απόσταση  $d$ , μεταξύ των ακραίων θέσεων της ταλάντωσης ισούται με  $2A$  και έτσι:

$$d = 2A \quad \text{ή} \quad A = \frac{d}{2} \quad \text{ή} \quad A = \frac{0,8}{2} \quad \text{ή} \quad A = 0,4 \text{ m}$$

Γνωρίζουμε ότι την  $t=0$ :  $x = 0,2\sqrt{3} \text{ m}$  και αφού επιταχύνεται θα κινείται προς τη Θ.Ι. οπότε  $v < 0$

Γενικά:  $x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0) \xrightarrow[t=0]{x=0,2\sqrt{3}\text{m}} 0,2\sqrt{3} = 0,4 \cdot \eta\mu\varphi_0 \quad \text{ή}$

$$\eta\mu\varphi_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{ή} \quad \eta\mu\varphi_0 = \eta\mu\frac{\pi}{3}, \quad \text{άρα:}$$

$$\varphi_0 = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \quad \text{ή} \quad \varphi_0 = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \quad k \in \mathbb{Z}$$

Δεχόμαστε:  $0 \leq \varphi_0 < 2\pi$ . Θέτοντας  $k=0$  παίρνουμε:

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{3} \text{ rad} \quad \text{ή} \quad \varphi_0 = \frac{2\pi}{3} \text{ rad}$$

ενώ κάθε άλλη τιμή του  $k$ , δίνει  $\varphi_0$  εκτός της δεκτής περιοχής τιμών.

Γνωρίζουμε επίσης ότι για  $t=0$ :

$$v < 0 \quad \text{ή} \quad v_{\max} \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi_0 < 0 \xrightarrow{v_{\max} > 0} \sigma\upsilon\nu\varphi_0 < 0$$

$$\text{Άρα: } \varphi_0 = \frac{2\pi}{3} \text{ rad}$$



**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2016**  
Α' ΦΑΣΗ

**E\_3.Φλ3Θ(α)**

Τελικά η ζητούμενη εξίσωση είναι:

$$x = 0,4 \cdot \eta\mu \left( 4\pi t + \frac{2\pi}{3} \right) \text{ (S.I.)}$$

**Δ2.** Γνωρίζοντας την αλγεβρική τιμή της δύναμης επαναφοράς, υπολογίζουμε την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας:

$$\Sigma F = -Dx \xrightarrow{D=k} \Sigma F = -kx \quad \text{ή στη θέση που μας ενδιαφέρει:}$$

$$x_1 = -\frac{\Sigma F}{k} = -\frac{(-51,2)}{160} \quad \text{ή} \quad x_1 = 0,32 \text{ m}$$

Επειδή όμως η ενέργεια της ταλάντωσης παραμένει σταθερή, η ενέργεια ταλάντωσης στη θέση που μας ενδιαφέρει ( $x_1$ ) θα είναι ίση με την ενέργεια της ταλάντωσης στη θέση μέγιστης απομάκρυνσης (Θ.Μ.Α):

$$E_{(\Theta.M.A)} = E_{(x_1)} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}m\omega_1^2 + \frac{1}{2}Dx_1^2 \quad \text{ή} \quad m\omega^2 A^2 = m\omega_1^2 + m\omega^2 x_1^2$$

$$\omega_1^2 = \omega^2 A^2 - \omega^2 x_1^2 \quad \text{ή} \quad \omega_1^2 = \omega^2 (A^2 - x_1^2) \quad \text{ή} \quad \omega_1 = \pm \omega \sqrt{A^2 - x_1^2}$$

$$\omega_1 = \pm 4\pi \sqrt{0,4^2 - 0,32^2} = \pm 4\pi \sqrt{(40 \cdot 10^{-2})^2 - (32 \cdot 10^{-2})^2} \quad \text{ή}$$

$$\omega_1 = \pm 4\pi \sqrt{(1600 - 1024) \cdot 10^{-4}} \quad \text{ή}$$

$$\omega_1 = \pm 4\pi \sqrt{576 \cdot 10^{-4}} = \pm 4\pi 24 \cdot 10^{-2} = \pm 0,96\pi \frac{\text{m}}{\text{s}} \xrightarrow{x_1 > 0} \text{πλησιάζει τη Θ.Ι.}$$

$$\omega_1 = -0,96\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Δ3.** Από τη σταθερά επαναφοράς της αρχικής ταλάντωσης του συστήματος  $m_1$ - $k$ , υπολογίζουμε την  $m_1$ :

$$D = m_1 \cdot \omega^2 \xrightarrow{D=k} m_1 = \frac{k}{\omega^2} \quad \text{ή} \quad m_1 = \frac{160}{16\pi^2} \quad \text{ή} \quad m_1 = 1 \text{ kg}$$

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο στον άξονα  $x'x$  για το σύστημα των  $\Sigma_1$ - $\Sigma_2$ :

$\vec{P}_{o\lambda} = \vec{P}'_{o\lambda}$  ή  $\vec{P}'_1 + \vec{P}'_2 = \vec{P}'_{12}$  και εφόσον το ποσοστό απώλειας μηχανικής ενέργειας κατά την κρούση είναι 100% το συσσωμάτωμα θα έχει μηδενική ταχύτητα αμέσως μετά την κρούση, οπότε:

$$\vec{P}'_1 + \vec{P}'_2 = \vec{0} \quad \text{ή αλγεβρικά} \quad m_2 |v_2| - m_1 |v_1| = 0 \quad \text{ή} \quad m_2 |v_2| = m_1 |v_1| \quad \text{ή}$$

$$|v_2| = \frac{m_1 |v_1|}{m_2} \quad \text{ή} \quad |v_2| = \frac{0,96\pi}{0,6} = \frac{96\pi}{6 \cdot 10} = \frac{4 \cdot 24\pi}{6 \cdot 10} \quad \text{ή} \quad |v_2| = 1,6\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2016**  
Α΄ ΦΑΣΗ

**E\_3.Φλ3Θ(α)**

- Δ4.** Μετά την κρούση το σύστημα των δυο σωμάτων θα εκτελέσει φθίνουσα ταλάντωση γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας (με αυτή της ταλάντωσης του  $m_1$ ), με αρχικό πλάτος  $A_0 = |x_1| = 0,32 \text{ m}$  (αφού το συσσωμάτωμα δεν έχει ταχύτητα αμέσως μετά την κρούση).

Η περίοδος της φθίνουσας ταλάντωσης θα ισούται με την περίοδο της απλής αρμονικής ταλάντωσης του συστήματος των δυο σωμάτων, απουσία αποσβέσεων, δηλ:

$$T = T'_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}} \quad \text{ή} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{1+0,6}{160}} \quad \text{ή} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{100}} \quad \text{ή}$$

$$T = \frac{\pi}{5} \text{ s}$$

Εφόσον η δύναμη απόσβεσης λόγω αέρα είναι της μορφής  $F' = -bv$ , το πλάτος της ταλάντωσης θα μειώνεται εκθετικά με το χρόνο και συνεπώς:

$$A_{10} = A_0 e^{-\Lambda t} \xrightarrow{t=10T} A_{10} = \frac{A_0}{e^{\frac{\ln 2 \cdot 10 \cdot \pi}{5}}} \quad \text{ή} \quad A_{10} = \frac{A_0}{e^{2 \cdot \ln 2}} \quad \text{ή} \quad A_{10} = \frac{A_0}{e^{\ln 2^2}} \quad \text{ή}$$

$$A_{10} = \frac{A_0}{2^2} \quad \text{ή} \quad A_{10} = \frac{0,32}{4} \quad \text{ή} \quad A_{10} = 0,08 \text{ m}$$