

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Σάββατο 7 Ιανουαρίου 2017

Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1.

i.
$$|\alpha| = \begin{cases} \alpha, \alpha \geq 0 \\ -\alpha, \alpha < 0 \end{cases}$$

ii.
$$|\alpha\beta| = |\alpha||\beta|$$

iii. Η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$ με $a \neq 0$ έχει $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$.

A2. α. Αν $\Delta > 0$ έχει δυο πραγματικές και άνισες ρίζες με $x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$

β. Αν $\Delta \geq 0$, τότε οι ρίζες είναι πραγματικές.

γ. Αν $\Delta = 0$, τότε η ρίζα είναι διπλή με $x_0 = \frac{-\beta}{2\alpha}$.

δ. Επιλογή

A3. α. $|\alpha| \geq 0$

β. $|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$

γ. $|\alpha|^2 = \alpha^2$

δ. $|\alpha| \geq \alpha$

ε. Αν $\alpha > 0$ τότε $\alpha + \frac{1}{\alpha} \geq 2$

A4. α. Λ β. Λ γ. Λ δ. Λ

ΘΕΜΑ Β

B1. i. $(5x - 4)^2 + (4x + 5)^2 + (x - 7)(x + 7) + 8 - (x - 2\sqrt{2})(x + 2\sqrt{2}) = 2017 \Leftrightarrow$
 $25x^2 - 40x + 16 + 16x^2 + 40x + 25 + x^2 - 49 + 8 - x^2 + 8 = 2017 \Leftrightarrow$
 $41x^2 = 2009 \Leftrightarrow$
 $x^2 = 49 \Leftrightarrow x = 7 \text{ ή } x = -7$

ii. $-7 < x < 7 \Leftrightarrow -14 < -2x < 14 \Leftrightarrow 0 < 14 - 2x < 28$

• $-7 < x < 7 \Leftrightarrow -14 < x - 7 < 0$

Οπότε $K = 2|14 - 2x| - 3|x - 7| + x + 2010 \Leftrightarrow K = 2(14 - 2x) - 3(-x + 7) + x + 2010 \Leftrightarrow K = 28 - 4x + 3x - 21 + x + 2010 \Leftrightarrow K = 2017$

2^{ος} Τρόπος

• $-7 < x < 7 \Leftrightarrow -14 < x - 7 < 0$

$K = 2|14 - 2x| - 3|x - 7| + x + 2010 = 4|x - 7| - 3|x - 7| + x + 2010 =$
 $= |x - 7| + x + 2010 = -x + 7 + x + 2010 = 2017$

B2. Πρέπει $2x^2 + 3x - 5 = 0$ (1) και $x^2 + x - 2 = 0$ (2) λύνοντας την εξίσωση (1) ια προκύπτει $x = 1$ ή $x = -\frac{5}{2} \notin \mathbb{Z}$. Οπότε για $x = 1$ επαληθεύεται και η (2) αφού είναι $1^2 + 1 - 2 = 0$ αληθεύει, άρα $x = 1$.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2017
Α' ΦΑΣΗ

E_3.Μλ1Α(α)

ΘΕΜΑ Γ

α. $\Delta = 4\lambda^2 - 4\lambda(\lambda + 3) = -12\lambda$
Για να έχει πραγματικές και άνισες λύσεις πρέπει $\Delta > 0 \Leftrightarrow -12\lambda > 0 \Leftrightarrow \lambda < 0$.

β. $S = -\frac{\beta}{\alpha} = 2\lambda$ και $P = \frac{\gamma}{\alpha} = \lambda(\lambda + 3)$
 $P - S = 12 \Leftrightarrow \lambda^2 + 3\lambda - 2\lambda - 12 = 0 \Leftrightarrow \lambda^2 + \lambda - 12 = 0$ οπότε $\lambda = 3$ απορρίπτεται αφού $\lambda < 0$ ή $\lambda = -4$ δεκτή.

γ. Για $\lambda = -4$ η εξίσωση είναι $x^2 + 8x + 4 = 0$ και $S = x_1 + x_2 = -8$ και $P = x_1x_2 = 4$

$$A = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1x_2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{x_1x_2} = 14$$

$$B = |x_1 - x_2| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2} = \sqrt{x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2} = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2} = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

2^{ος} Τρόπος

$$B = |x_1 - x_2| = \left| \frac{-\beta + \sqrt{\Delta} + \beta + \sqrt{\Delta}}{2\alpha} \right| = \left| \frac{\sqrt{\Delta}}{\alpha} \right| = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

ΘΕΜΑ Δ

i.

$$\Delta_1 = (\sqrt{27} - \sqrt{12}) \cdot (\sqrt{48} - \sqrt{75} + \sqrt{108}) + 6 \Leftrightarrow$$

$$\Delta_1 = (\sqrt{9 \cdot 3} - \sqrt{4 \cdot 3}) \cdot (\sqrt{16 \cdot 3} - \sqrt{25 \cdot 3} + \sqrt{36 \cdot 3}) + 6 \Leftrightarrow$$

$$\Delta_1 = (3\sqrt{3} - 2\sqrt{3}) \cdot (4\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 6\sqrt{3}) + 6 \Leftrightarrow$$

$$\Delta_1 = (\sqrt{3}) \cdot (5\sqrt{3}) + 6 \Leftrightarrow \Delta_1 = 5\sqrt{3}^2 + 6 \Leftrightarrow \Delta_1 = 21$$

Το 21 αντιστοιχεί στο γράμμα Φ.

ii.

$$\Delta_2 = (\sqrt{3} + 1)^3 - (\sqrt{3} - 1)^3 - \sqrt{225} \Leftrightarrow$$

$$\Delta_2 = \sqrt{3}^3 + 3\sqrt{3}^2 + 3\sqrt{3} + 1 - \sqrt{3}^3 + 3\sqrt{3}^2 - 3\sqrt{3} + 1 - 15 \Leftrightarrow$$

$$\Delta_2 = 9 + 1 + 9 + 1 - 15 \Leftrightarrow \Gamma_2 = 5$$

Το 5 αντιστοιχεί στο γράμμα Ε

2^{ος} Τρόπος

$$\Delta_2 = (\sqrt{3} + 1)^3 - (\sqrt{3} - 1)^3 - \sqrt{225} =$$

$$= (\sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} + 1) \left[(\sqrt{3} + 1)^2 + (\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1) + (\sqrt{3} - 1)^2 \right] - 15 =$$

$$= 2 \left[(\sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} - 1)^2 - 2(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1) + 3 - 1 \right] - 15 =$$

$$= 2 \cdot 10 - 15 = 5$$

iii.

$$\Delta_3 = \sqrt{10} \cdot \sqrt{4 - \sqrt{6}} \cdot \sqrt{4 + \sqrt{6}} + \sqrt{25} \Leftrightarrow \Delta_3 = \sqrt{10} \cdot \sqrt{4^2 - \sqrt{6}^2} + 5 \Leftrightarrow$$

$$\Delta_3 = \sqrt{10} \cdot \sqrt{10} + 5 \Leftrightarrow \Delta_3 = 15$$

Το 15 αντιστοιχεί στο γράμμα Ο.

Δ_3	Δ_2	Δ_1	Δ_2
Ο	Ε	Φ	Ε

iv.

$$2|4 - x| + 27 = |2x - 8| + |x - \Delta_3 + 11| + \Delta_2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2|x - 4| + 27 = 2|x - 4| + |x - 15 + 11| + 5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow |x - 4| = 22 \Leftrightarrow x - 4 = 22 \text{ ή } x - 4 = -22 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 26 \text{ ή } x = -18$$